Thème : Description d’un mouvement.
Cours 4 : Cinématique - Mouvement d’un point au cours du temps.
(version professeur)

---

B.O. Décrire un mouvement**.**
Vecteurs position, vitesse et accélération d’un point.
Coordonnées des vecteurs vitesse et accélération dans le repère de Frenet pour un mouvement circulaire.
Mouvement rectiligne uniformément accéléré. Mouvement circulaire uniforme

## I. Analyses de graphiques représentant des mouvements de mobiles.

x

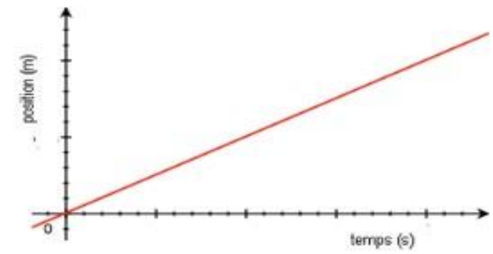



Figure n°1

v

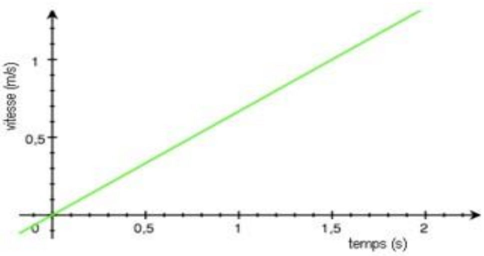



Figure n°2

v

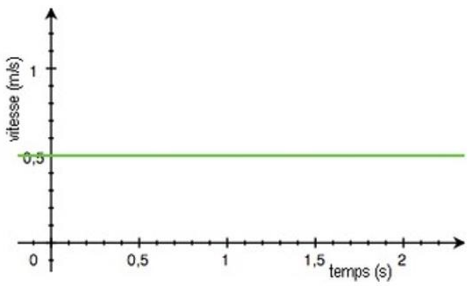



Figure n°3

a

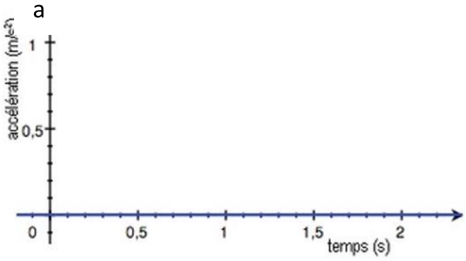



Figure n°4

a

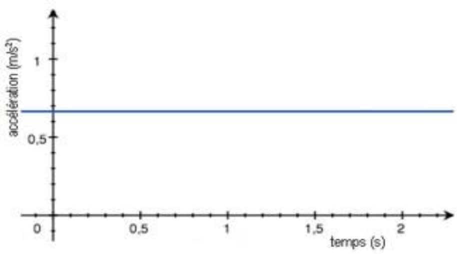



Figure n°5

x

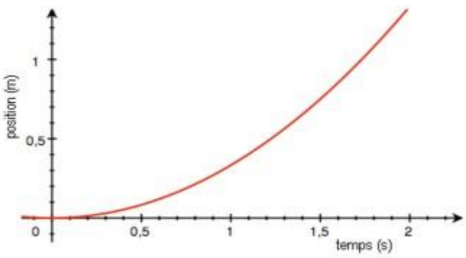



Figure n°6

<u>Questions</u> :

1. Attribuer à chaque schéma, les situations compatibles suivantes :

Situation A : Une voiture roule à vitesse constante sur une route droite. **Figure 1, 3 et 4**
Situation B : Un objet soumis à l’accélération de la pesanteur tombe en chute libre verticalement. **Figure 2, 5 et 6**

2. Attribuer à chaque graphique l’équation correspondante. $x_0$ , $v_0$ et $a_0$ sont des constantes

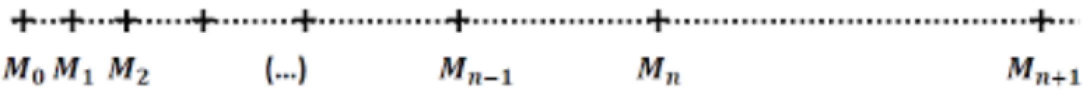
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $x(t) = v.t$ | **Figure 1** | $v(t) = a.t$ | **Figure 2** | $a(t) = a_0$ | **Figure 5** |
| $x(t) = \frac{1}{2}at^2$ | **Figure 6** | $v(t) = v_0$ | **Figure 3** | $a(t) = 0$ | **Figure 4** |

## II. Description du mouvement d'un point au cours du temps : vecteurs position, vitesse et accélération dans le cas des mouvements rectilignes.

### 1. Caractéristiques des mouvements rectilignes.

- La trajectoire est rectiligne.
- Le vecteur vitesse est défini par la relation $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$
  - Direction : celle de la trajectoire Sens : celui du mouvement
  - Norme : vitesse instantanée $v_x = \frac{dx}{dt}$ (m.s$^{-1}$)

Rappel : pour déterminer graphiquement la vitesse instantanée sur un axe O*x* à une date *t* on utilise la relation suivante :
$v_x(t) = \frac{x(t+\Delta t)-x(t)}{\Delta t}$
Question : déterminer les vitesses en m.s$^{-1}$ du solide sur l'axe Ox à la date *t* = 4,0 s et à la date *t* = 5,0 s.
Echelle : 1 : 1 et $\Delta t = 1{,}0\ s$
à la date *t* = 4,0 s : $v(4{,}0) = \frac{(5{,}75-3{,}70)\times 10^{-2}}{1{,}0} = 2{,}1 \times 10^{-2}$ m.s$^{-1}$ avec 2 C.S.
à la date *t* = 5,0 s : $v(5{,}0) = \frac{(6{,}40-5{,}75)\times 10^{-2}}{1{,}0} = 6{,}5 \times 10^{-2}$ m.s$^{-1}$ avec 2 C.S.




- Le vecteur accélération est défini par la relation $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$
- Direction : celle de la trajectoire.
- Sens : celui du mouvement dans le cas d'une accélération, dans le sens contraire dans le cas d'un ralentissement.
- Norme : accélération instantanée $a = \frac{dv_x}{dt}$ (m.s$^{-2}$)

Rappel : pour déterminer graphiquement l'accélération instantanée sur un axe O*x* à une date *t* on utilise la relation suivante :
$a_x(t) = \frac{v_x(t+\Delta t)-v_x(t)}{\Delta t}$
Exemple : déterminer l'accélération du solide sur l'axe Ox à la date *t* = 4,0 s.
à la date *t* = 4,0 s : $v(4{,}0) = \frac{(6{,}5-2{,}1)}{1{,}0} = 4{,}4$ m.s$^{-2}$ avec 2 C.S.

### 2. Le mouvement rectiligne uniforme.

#### 2.1. Définition.
Dans un repère donné, un point est animé d'un mouvement rectiligne uniforme si son vecteur vitesse reste constant (ce qui signifie que le sens, la direction et l'intensité du vecteur vitesse ne varient pas).

#### 2.2. Caractéristiques d'un mouvement rectiligne uniforme.
Le vecteur vitesse $\vec{v}$ est constant alors sa projection sur l'axe (O*x*) est $v_x$tel que $\vec{v} = v_x \cdot \vec{\imath}$
avec $v_x$ = constante.
Le vecteur accélération $\vec{a}$ est nul alors sa projection sur l'axe (O*x*) est $a_x$ = 0.

#### 2.3 L'équation horaire d'un mouvement rectiligne uniforme.
Le vecteur accélération $\vec{a}$.

<u>Question</u> : Sachant que $a_x = \frac{dv_x}{dt}$, quelle est la fonction du temps $v_x$ (*t*) qui, dérivée une fois par rapport au temps *t*, donne une constante égale à 0 ?
**Cette fonction du temps est $v_x(t) = constante$ Sa dérivée est alors $a_x$ qui est égale à 0.**
La primitive de $a_x$ ·par rapport au temps a pour expression $v(t) = a_x \cdot t + v_0$
Trouver l'expression de la fonction $v_x(t)$revient à rechercher la primitive de $a_x(t)$
<u>Question</u> : Sachant que $v_x(t) = \frac{dx}{dt}$, quelle est la fonction du temps *x*(*t*) qui, dérivée une fois par rapport au temps *t*, donne une constante ?
Trouver l'expression de la fonction $x(t)$revient à rechercher la primitive de $v_x(t)$

**Cette fonction du temps est $x(t) = v_x \cdot t + x_0$ avec $x_0$ : position à l'origine ($t$ = 0)**
**Sa dérivée est alors $v_x$ qui est une constante.**
**La réciproque de la dérivée d'une fonction est appelée la <u>primitive</u> d'une fonction.**
**La primitive de $v_x$ ·par rapport au temps a alors pour expression $x(t) = v_x \cdot t + v_0$**
**On peut écrire : en primitivant $v_x$ = constante par rapport à $t$ , on a $x(t) = v_x \cdot t + v_0$**

2. Le mouvement rectiligne uniformément varié (accéléré ou ralenti).

3.1. Définition.

Dans un repère donné, un point est animé d'un mouvement rectiligne uniformément variée si son vecteur accélération reste constant (ce qui signifie que le sens, la direction et l'intensité du vecteur accélération ne varient pas).
Ce qui peut se traduire également par le fait que la vitesse varie de manière uniforme (sans à coup). Elle augmente ou diminue régulièrement.

3.2. Caractéristiques d'un mouvement uniformément varié.

- Le vecteur accélération $\vec{a}$ a pour expression $\vec{a} = \overrightarrow{constante}$ alors $a_x = \frac{dv_x}{dt}$ = constante
- Le vecteur vitesse $\vec{v}$.

<u>Question</u> : Sachant que $a_x = \frac{dv_x}{dt}$ quelle est la fonction du temps de la vitesse $v_x$ qui, dérivée une fois par rapport au temps $t$, donne une constante ?

**La fonction est $v_x(t) = a_x \cdot t + v_0$ Sa dérivée est alors $a_x$ qui est une constante.**
**La primitive de $a_x$ ·par rapport au temps a alors pour expression $v(t) = a_x \cdot t + v_0$**
**avec $v_0$ sa vitesse dans les conditions initiales à $t$ = 0.**

3.3. L'équation horaire d'un mouvement uniformément accéléré.

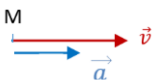
<u>Question</u> : Sachant que $v_x = \frac{dx}{dt}$, quelle est la fonction du temps de $x(t)$ qui, dérivée une fois par rapport au temps $t$, donne une fonction du premier degré de $t$ ?

**En primitivant on obtient la fonction est $x(t) = \frac{1}{2} a_x \cdot t^2 + v_0 \cdot t + x_0$**
**La dérivée de cette fonction est bien $v(t) = a_x \cdot t + v_0$**

4. Comment déterminer si un mouvement rectiligne est uniformément accéléré ou ralenti à partir du sens des vecteurs vitesse et accélération ?
   On utilise le produit scalaire : $\vec{a} \cdot \vec{v} = a \times v \times \cos(\vec{a} ; \vec{v})$

   Le mouvement est <u>rectiligne uniformément accéléré</u> si les vecteurs accélération $\vec{a}$ et vitesse $\vec{v}$ sont dans le même sens.

   alors le produit scalaire $\vec{a} \cdot \vec{v} > 0$ est positif.




   Le mouvement est <u>rectiligne uniformément ralenti</u> si les vecteurs accélération $\vec{a}$ et vitesse $\vec{v}$ sont dans des sens opposés.

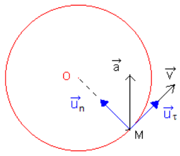
   Alors le produit scalaire $\vec{a} \cdot \vec{v} < 0$ est négatif.


   Le mouvement sera uniforme si **$\vec{a} \cdot \vec{v}$ = 0**

2. **Description du mouvement d'un point au cours du temps : vecteurs position, vitesse et accélération dans le cas des mouvements circulaires.**

a. Etude dans le repère de Frenet

Le repère de Frenet est constitué d'une origine, qui est la position du mobile en rotation à l'instant $t$ et de deux vecteurs orthonormés $\overrightarrow{u_n}$ et $\overrightarrow{u_\tau}$




- Le vecteur vitesse $\vec{v}$ a pour expression $\vec{v} = v \cdot \overrightarrow{u_\tau}$
- Le vecteur accélération $\vec{a}$

Prenons le cas d'un mouvement circulaire accéléré quelconque
Le mobile est soumis à une accélération $\vec{a}$
Le vecteur $\vec{a}$ a deux composantes dans le repère de « Frenet »
La composante vectorielle tangentielle : $\overrightarrow{a_\tau} = \frac{dv}{dt} \cdot \overrightarrow{u_\tau}$
La composante vectorielle normale : $\overrightarrow{a_n} = \frac{v^2}{R} \cdot \overrightarrow{u_n}$
Il peut donc s'écrire sous la forme : $\overrightarrow{a} = \frac{v^2}{R} \cdot \overrightarrow{u_n} + \frac{dv}{dt} \cdot \overrightarrow{u_\tau}$

2.2. Le mouvement circulaire uniforme.

Définition : Le mouvement d'un point matériel est dit circulaire si sa trajectoire est un cercle et la norme de sa vitesse est constante.

**ATTENTION** : Dire que la norme du vecteur vitesse est constante, ne veut pas dire que le vecteur vitesse est constant !!!
En effet, on a $\vec{v} = v \cdot \overrightarrow{u_\tau}$ avec $v$ constant, mais la direction du vecteur vitesse $\vec{v}$ change au cours du temps, donc le vecteur vitesse n'est pas constant.
La conséquence est que le mouvement est donc accéléré même si la norme du vecteur vitesse est constante !!!
Nous aurons ainsi les expressions des accélérations suivantes :
$\overrightarrow{a_n} = \frac{v^2}{R} \cdot \overrightarrow{u_n}$ et $\overrightarrow{a_\tau} = \vec{0}$ avec $(\frac{dv}{dt} = 0)$

**Exemple de mouvement circulaire uniforme**.

On peut considérer selon quelques approximations que le mouvement de la Terre autour du Soleil est circulaire uniforme
Question : Quelles sont ces approximations ?

**La trajectoire est en réalité elliptique et la vitesse de la Terre n'est pas constante elle est plus rapide quand elle est plus proche du Soleil et plus lente quand elle en est éloignée**

**2.3.** Graphiques représentant des mouvements circulaires de mobiles.

- Quels sont les graphiques vus au début du cours qui pourraient représenter un mouvement circulaire non uniforme ?
**Figure 2 (la vitesse augmente), figure 5 (l'accélération est constante) et la figure 6 (la distance croit selon $t^2$**
- Quels sont les graphiques vus au début du cours qui pourraient représenter un mouvement circulaire uniforme ?
**Figure 1 (la distance augmente selon $t$), figure 3 (la vitesse est constante), la figure 5 ($a_n$ est constante)**
**et la figure 4 ($a_\tau$ = 0)** *piège !*